

أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية: (٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f

و المستقيم Δ مقارب مائل للخط C ، و المطلوب:

① . أوجد مجموعة تعريف التابع f و اكتب مجموعة قيمه

② . اكتب عدد حلول المعادلة $f(x) = 3$

③ . اكتب معادلة المقارب Δ .

④ . أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

السؤال الثاني: التابع f معرف على \mathbb{R} وفق:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & : x \neq 0 \\ 0 & : x = 0 \end{cases}$$

ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند 0 .

السؤال الثالث: اكتب العدد $z = \cos \theta + i \cos \theta$ بالشكل الأسّي حيث $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$

السؤال الرابع: في معلم متجانس، لدينا النقط:

$$C(5, 5, 0), B(1, -2, 1), A(2, 0, 1)$$

① . أثبت أن النقط A, B, C تعيّن مستوي P

② . عند أي قيمة للوسيط λ تنتمي النقطة $M(-3, -5, \lambda)$ إلى المستوي P .

(٦٠ درجة لكل سؤال)

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق العلاقة: $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

① . أوجد نهاية f عند أطراف مجالات تعريفه ، و اكتب معادلة أي مقارب للخط C .

② . عيّن عدداً A يحقق الشرط $x > A$ ، أيّاً كان فإن $[1.9, 2.1] \in f(x)$.

③ . بيّن هل يقبل C مماس يوازي المستقيم $y = 3x$.

التمرين الثاني: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق: $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$

① . أوجد نهاية f عند $+\infty$.

② . اكتب التركيب $x^2 - 4x + 5$ بالصيغة القانونية، و استنتج معادلة المقارب المائل Δ للخط C في جوار $+\infty$.

③ . ادرس الوضع النسبي للخط C و مقاربه Δ .

④ . اكتب معادلة المماس الأفقي للخط C .

التمرين الثالث: ليكن z, u, w أعداداً عقدية بحيث $|z| = |u| = |w| = 1$ و $z \neq w$ و $u \neq 0$ ،

و المطلوب: أثبت أن $K = \left(\frac{w-u}{w-z} \right)^2 \times \frac{z}{u}$ عدد حقيقي .

التمرين الرابع: ليكن العدد $z = (1-i).e^{\frac{\pi}{3}i}$ ، و المطلوب:

①. اكتب z بالشكل الجبري ثم الأسّي، واستنتج $\cos \frac{\pi}{12}$ ، $\sin \frac{\pi}{12}$.

②. جد العددين الحقيقيين p و q علماً أن للمعادلة: $z^2 + pz + q = 0$ جذرين هما

$$z_2 = 2e^{-\frac{\pi}{12}i} , z_1 = 2e^{\frac{\pi}{12}i}$$

(١٠٠ درجة لكل مسألة)

ثالثاً: حل كل من المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى: C الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathbb{R} وفق: $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ ، و المطلوب:

①. أثبت أن f تابع زوجي.

②. أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ، و استنتج من الصفة التناظرية

للخط C معادلة Δ' المقارب المائل للخط C في جوار $-\infty$.

③. ادرس تغيرات f ، و نظم جدولاً بها، و دلّ على القيمة الحدية محلياً.

④. اكتب معادلة المماس للخط C الذي يعامد المحور $y y'$.

⑤. احسب قيمة تقريبية لصورة العدد (0.3) وفق التابع f .

⑥. ارسم كل مقارب للخط C ، ثم ارسم C .

المسألة الثانية:

$ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 3 فيه :

النقطتان I و J تحققان: $\overrightarrow{DI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$ و $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

و ليكن المعلم المتجانس: $(A; \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$ و المطلوب:

①. جد احداثيات رؤوس المكعب و النقطتين J, I .

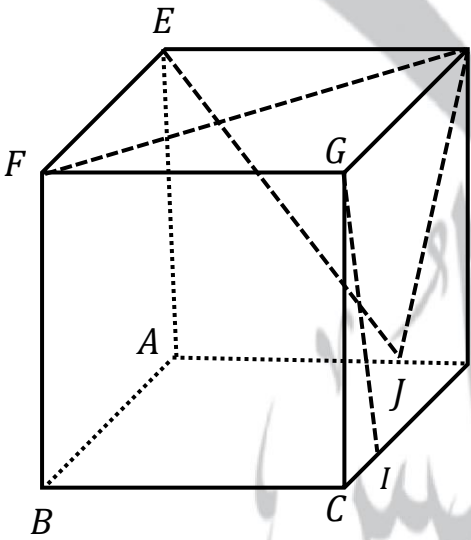
②. جد العددين α, β بحيث $\overrightarrow{IG} = \alpha\overrightarrow{JH} + \beta\overrightarrow{JF}$.

و استنتج وضع المستقيم (IG) مع المستوي (JHF)

③. عيّن موضع النقطة M التي تحقق: $\overrightarrow{IM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{JH} + \frac{1}{3}\overrightarrow{JF} + \overrightarrow{GA}$

④. اكتب معادلة الكرة التي قطرها $[BD]$.

⑤. أثبت أن معادلة المستوي المحوري لـ $[FJ]$ من الشكل: $3x - 2y + 3z - 7 = 0$



❖ انتهت الأسئلة ❖